

CHƯƠNG 1: ĐẠI SỐ LOGIC

Bài 1:

Cho p , q và r là các MĐ:

p : Bạn bị cúm

q : Bạn thi trượt kỳ thi cuối khoá

r : Bạn được lên lớp

Hãy diễn đạt những mệnh đề sau thành những câu thông thường

a. $p \rightarrow q$

b. $\neg q \leftrightarrow r$

c. $q \rightarrow \neg r$

d. $p \vee q \vee r$

e. $(p \rightarrow \neg r) \vee (q \rightarrow \neg r)$

f. $(p \wedge q) \vee (\neg q \wedge r)$

Bài 2:

Cho p và q là 2 MĐ:

p : Bạn lái xe với tốc độ trên 120km/h

q : Bạn bị phạt vì vượt quá tốc độ cho phép

Hãy viết các MĐ sau bằng cách dùng p , q và các liên từ logic:

a. Bạn không lái xe với tốc độ trên 120km/h.

b. Bạn lái xe với tốc độ trên 120km/h, nhưng bạn không bị phạt vì vượt quá tốc độ cho phép.

c. Bạn sẽ bị phạt vì vượt quá tốc độ cho phép nếu bạn lái xe với tốc độ trên 120km/h

d. Nếu bạn không lái xe với tốc độ trên 120km/h thì bạn sẽ không bị phạt vì vượt quá tốc độ cho phép.

e. Lái xe với tốc độ trên 120km/h là đủ để bị phạt vì vượt quá tốc độ cho phép

Bài 3:

Giả sử p , q và r là các mệnh đề:

p : Gấu đã được nhìn thấy ở vùng đó

q : Đi theo đường mòn đó là an toàn

r : Quả mọng đã chín dọc theo đường mòn đó

Dùng các mệnh đề p, q, r và các liên từ logic để viết các mệnh đề sau:

- Quả mọng đã chín dọc theo đường mòn đó, nhưng không thấy gấu trong vùng đó.
- Không thấy gấu xuất hiện trong vùng đó và đi theo đường mòn đó là an toàn, nhưng quả mọng đã chín dọc theo đường mòn đó.
- Nếu quả mọng đã chín dọc theo đường mòn đó, thì đi theo đường mòn đó là an toàn nếu và chỉ nếu không nhìn thấy gấu ở vùng đó.
- Đi trên đường mòn đó là không an toàn, nhưng không nhìn thấy gấu ở trong vùng đó và quả mọng đã chín dọc theo đường mòn đó.
- Để đi trên đường mòn đó là an toàn, cần nhưng không đủ là quả mọng chưa chín dọc theo đường mòn đó và không nhìn thấy gấu trong vùng đó.
- Đi trên đường mòn đó là không an toàn bất kì khi nào nhìn thấy gấu trong vùng đó và quả mọng chín dọc theo đường mòn đó.

Bài 4:

Lập bảng giá trị chân lý đối với các MĐ phức hợp sau:

- $p \wedge \neg p$
- $p \vee \neg p$
- $(p \vee \neg q) \rightarrow q$
- $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$
- $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$
- $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$

Bài 5:

Lập bảng giá trị chân lý đối với các MĐ phức hợp sau:

- $(p \vee q) \rightarrow (p \oplus q)$
- $(p \oplus q) \rightarrow (p \wedge q)$
- $(p \vee q) \oplus (p \wedge q)$
- $(p \leftrightarrow q) \oplus (\neg p \leftrightarrow q)$
- $(p \leftrightarrow q) \oplus (\neg p \leftrightarrow \neg r)$
- $(p \oplus q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$

Bài 6:

Chứng minh các công thức đồng nhất bằng nhau sau đây bằng hai phương pháp lập bảng và biến đổi tương đương:

- $X \rightarrow (Y \rightarrow Z) \equiv Y \rightarrow (X \rightarrow Z)$
- $X \rightarrow (Y \rightarrow Z) \equiv (X \wedge Y) \rightarrow Z$

c. $(X \rightarrow Y) \wedge (X \rightarrow Z) \equiv X \rightarrow (Y \wedge Z)$

d. $((X \wedge Y) \vee (X \wedge \neg Y)) \wedge \neg X \equiv F$

Bài 7:

Áp dụng các luật logic mệnh đề, chứng minh rằng:

a. $(X \vee Y) \wedge (X \vee \neg Y) \vee Y \equiv X \vee Y$

b. $(\neg(X \vee Y)) \vee (\neg X \wedge Y) \vee \neg Y \equiv \neg(X \wedge Y)$

c. $(X \rightarrow Y) \wedge ((\neg Y \wedge (X \vee \neg Y))) \equiv \neg(X \vee Y)$

Bài 8:

Dịch những câu sau đây thành các biểu thức logic bằng cách sử dụng các vị từ, lượng từ và liên từ logic:

- Có một vật không đặt đúng chỗ
- Mọi dụng cụ thể thao đều đặt đúng chỗ và trong điều kiện tốt
- Mọi vật đều đặt đúng chỗ và trong điều kiện tốt
- Không có vật nào được đặt đúng chỗ và trong điều kiện rất tốt
- Một trong số các dụng cụ thể thao không đặt đúng chỗ nhưng trong điều kiện rất tốt.

Bài 9:

Cho $Q(x,y)$ là câu “ x là người tham gia cuộc thi y ”. Hãy diễn đạt các câu sau bằng cách dùng $Q(x,y)$, các lượng từ và liên từ logic. Cho không gian của x là tập hợp tất cả sinh viên ở trường, còn không gian của y là tập hợp tất cả các cuộc thi trên truyền hình.

- Có một sinh viên của trường đã tham gia một cuộc thi trên truyền hình
- Không có một sinh viên nào của trường đã tham gia cuộc thi trên truyền hình
- Có một sinh viên của trường đã tham gia cuộc thi Jeopardy và Wheel of Fortune trên truyền hình
- Mọi cuộc thi trên truyền hình đều có một sinh viên của trường tham gia
- Ít nhất có hai sinh viên của trường đã tham gia cuộc thi Jeopardy trên truyền hình.

Bài 10:

Chứng minh các công thức cơ sở của mô hình là hằng đúng:

- a. $((A \wedge B) \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C))$
- b. $((A \wedge \bar{B}) \rightarrow \bar{A}) \rightarrow (A \rightarrow B)$
- c. $((A \rightarrow B) \wedge (\bar{A} \rightarrow B)) \rightarrow B$
- d. $((A \rightarrow B) \rightarrow (\bar{B} \rightarrow \bar{A}))$

Bài 11:

Ông Minh khẳng định rằng, nếu không được tăng lương thì ông sẽ xin nghỉ việc. Mặt khác, nếu ông ta nghỉ việc mà vợ ông ta bị mất việc thì phải bán xe máy. Biết rằng nếu vợ ông Minh hay đi làm muộn thì sẽ mất việc. Cuối cùng ông Minh đã được tăng lương. Vậy ông Minh không bán xe máy thì vợ ông không đi làm muộn.

Suy luận trên đúng hay sai?

Bài 12:

Chứng minh công thức sau bằng hằng đúng

$$((X_1 \rightarrow X_2) \wedge (\bar{X}_3 \vee X_4) \wedge (X_1 \vee X_3)) \rightarrow (\bar{X}_2 \rightarrow X_4)$$

- a. Đưa công thức về DCTH
- b. Dùng quy tắc suy diễn

Bài 13:

Chứng minh rằng, với x là một số thực thì $\lceil x \rceil - \lfloor x \rfloor = 1$ nếu x không phải là một số nguyên và $\lceil x \rceil - \lfloor x \rfloor = 0$ nếu x là một số nguyên?

Bài 14:

Chứng minh rằng, nếu n là một số nguyên và $(3n + 2)$ là một số chẵn thì n là một số chẵn, bằng cách dùng:

- a. Chứng minh gián tiếp
- b. Chứng minh bằng phản chứng

Bài 15:

Chứng minh rằng tích của hai số lẻ là một số lẻ.

Bài 16:

Chứng minh rằng bình phương của các số nguyên có số tận cùng là 0, 1, 4, 5, 6 hoặc 9. (Gợi ý: Viết n dưới dạng $10k + l$, với $l = 0, 1, \dots, 9$).

Bài 17:

Chứng minh rằng mệnh đề sau là tương đương:

- (i) $(3x + 2)$ là một số nguyên chẵn
- (ii) $(x + 5)$ là một số nguyên lẻ.

CÁC BÀI TẬP TRONG GIÁO TRÌNH

Bài: 21, 24÷32, 35, 36, 43, 49, 57, 71 (trg 75÷77)

Bài: 14, 16, 18÷24, 27, 29, 30 (trg 239)